

باسمه تعالی

سری سوم تمرین‌های درس جبر خطی (تحویل پاسخ: سه‌شنبه ۹۵/۱۲/۱۷)

۱- (S, f) و (T, f) دو زیرفضای برداری می‌باشند. نشان دهید $(S + T, f)$ با تعریف:

$$S + T = \{s + t \mid s \in S, t \in T\}$$

یک زیرفضای برداری است.

۲- ثابت کنید اگر $\{e_i\}_{i=1}^n$ و $\{d_i\}_{i=1}^m$ دو پایه برای یک فضای برداری باشند، آن‌گاه: $n = m$

۳- فضای برداری $(P_3(s), R)$ را در نظر بگیرید.

الف) با فرض آن که پایه‌ی انتخابی در این فضا $\{s^3, s^2, s, 1\}$ باشد، نمایشگر بردار $X = s^2 - 1.2s$ را مشخص کنید.

ب) با فرض آن که تبدیل T هر بردار به فرم $a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0$ از این فضا را به بردار $2a_2s^2 + 2a_1s$ در فضای $(P_2(s), R)$ نگاشت کند، ابتدا نشان دهید که این تبدیل خطی است و سپس با انتخاب پایه‌ی $\{s^2, s, 1\}$ برای این فضا، ماتریس تبدیل را تعیین کنید.

پ) اگر پایه‌ی فضای $(P_3(s), R)$ را $\{s^3, s^2, s + 1, 1\}$ در نظر بگیریم و پایه‌ی فضای $(P_2(s), R)$ تغییر نکند، ماتریس تبدیل را بدست آورید.

۴- ماتریس A یک ماتریس وارون‌پذیر $n \times n$ می‌باشد. بعد فضای مقادیر و فضای پوچ ماتریس $B = [A \ A]$ را تعیین کنید.

۵- هرگاه B یک ماتریس $n \times k$ و با رتبه‌ی k باشد، نشان دهید ماتریس وارون‌پذیر $A = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix}$ وجود دارد که:

$$AB = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}$$